La lune et les éclipses

Le Saros

Michel Llibre - Club d'astronomie de Quint-Fontsegrives

Table des matières

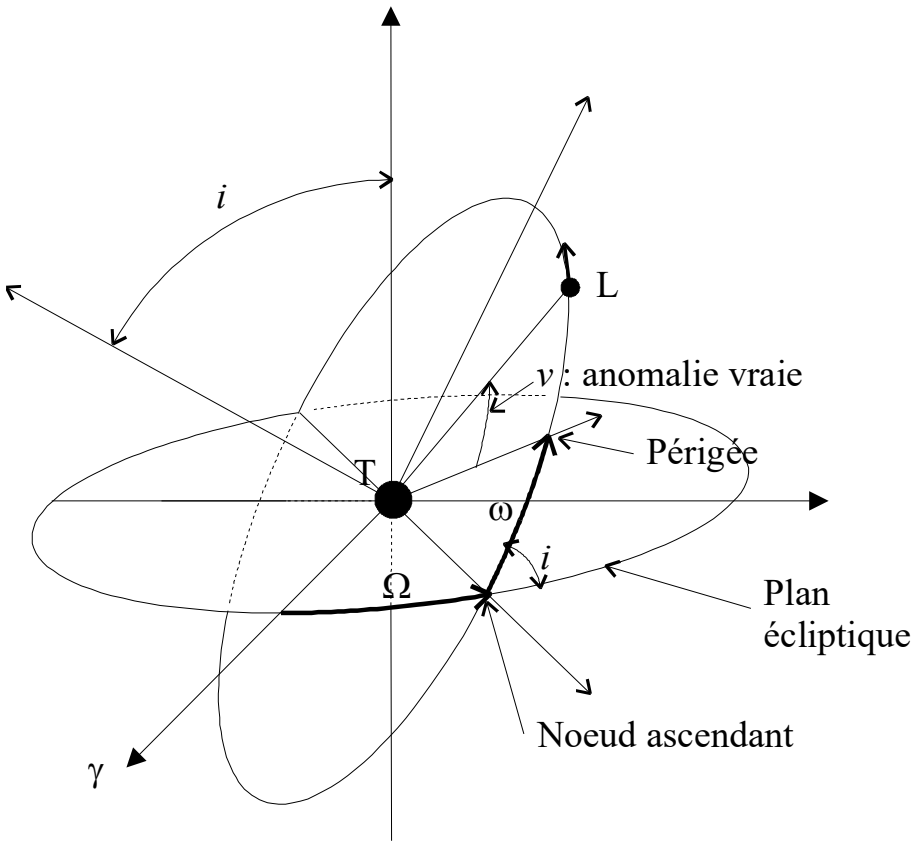
Caractéristiques de la trajectoire de la Lune....1
Les cycles historiques....3
Le cycle de Méton....3
Hipparque et le Saros....3
La machine d'Anticythère....4
Calcul du Saros....4
Les séries de Saros....6
Contributeurs historiques....7

Caractéristiques de la trajectoire de la Lune

La trajectoire de la Lune (sa révolution autour de la Terre) ou orbite est conditionnée par l'attraction de la Terre et du Soleil. La rotation de la Terre sur elle-même n'a quasiment aucune influence sur cette trajectoire, ce qui fait que la direction de l'axe de rotation de la Terre et son plan perpendiculaire qui est l'équateur ne sont pas utilisés pour repérer cette trajectoire.

Le repérage se fait donc relativement au repère céleste, dit repère écliptique, dont l'axe Z est normal à l'écliptique (plan de la trajectoire de la Terre autour du Soleil), et l'axe X est dans ce plan en direction du point vernal (point gamma) qui est la direction Terre-Soleil à l'instant où le Soleil traverse le plan équatorial du Sud au Nord (à l'équinoxe de printemps vers le 21 mars).

On définit l'orbite de la Lune dans ce repère d'origine le centre de la Terre, et dans un premier temps on définit le plan dans lequel se fait cette orbite : Ce ***plan est incliné d'environ 5,14° sur le plan de l'écliptique***. La ligne d'intersection de ce plan avec le plan de l'écliptique (passant par le centre Terre) s'appelle la *ligne des nœuds*. Sur la figure suivante l'inclinaison est très accentuée !



- La Lune passe par le noeud ascendant tous les 27,21222 jours, période appelée **révolution draconitique**. La direction du **nœud ascendant** n'est pas fixe dans le plan de l'écliptique. Elle précessionne et fait un tour complet en **18,6 ans**. Son angle avec la direction du point gamma s'appelle la longitude du noeud ascendant. On la note Ω.
- Vue de la Terre le Soleil met **346,620076** jours pour repasser par ce même nœud. C'est *l'année draconitique*.
- L'attraction du Soleil sur la Lune fait varier l'inclinaison de son plan de ±0,14° selon un cycle de la moitié de l'année draconitique, soit 173 jours

Le plan étant caractérisé, reste à caractériser l'orbite dans ce plan. C'est une ellipse dont la Terre occupe un des foyers :

- La ligne qui joint le *périgée* de la Lune à son *apogée* (le grand axe de l'ellipse) s'appelle la *ligne des apsides.* L'angle que fait la direction du noeud ascendant avec la direction du périgée s'appelle l'argument du périgée. Il est noté ω. Il n'est pas constant. Il précessionne d'environ 1/100 de tour par tour de Lune dans le même sens que la révolution (sens direct), revenant dans le même alignement en 3232.6 jours (8,85 ans ***précession draconitique***)
- **L'*excentricité*** est très faible : **0.055** en moyenne, et elle varie entre 0.025 et 0.077 selon plusieurs cycles superposés dont les 2 principaux ont pour période 29.5305889 jours (la lunaison précisée plus loin) et 205,9 jours.
- La période ***sidérale*** ou *tropique*[1] de rotation de la Lune est de **27,32158** jours

1 L'adjectif sidéral devrait faire référence aux étoiles supposées fixes, et l'adjectif tropique fait référence au repère écliptique-vernal dont l'axe principal dirigé vers le point Gamma précessionne (précession des équinoxes) en faisant un tour sidéral en environ 26000 ans. Malencontreusement dans le cas de la vitesse rotation de la Terre on utilise le

- La période *synodique* ou ***lunaison***(celle des phases de la Lune) est de **29,530589** jours
- La période ***anomalistique***, deux passages successifs au périgée est de **27,55455** jours
- La période ***draconitique***, deux passages successifs au nœud ascendant, est de **27,21222** jours.

La rotation de la Lune sur elle-même ne joue que sur le paysage qu'elle nous montre. L'axe de rotation de la Lune, ou ce qui revient au-même son plan équatorial, est incliné :

- d'environ 6,68° par rapport à l'équateur terrestre
- de 18.2° à 28.7° par rapport à l'écliptique.

La période de rotation de la Lune sur elle-même est égale à sa période de révolution autour de la Terre. Par rapport à quels axes, je ne le préciserai pas car je risque de me tromper. Du fait de l'ellipticité de sa trajectoire, lorsque la Lune est proche, elle se déplace plus vite (deuxième loi de Kepler), ce qui fait que depuis la Terre on la voit sous un angle qui a beaucoup varié, alors qu'il s'est passé peu de temps et qu'elle a peu tourné sur elle-même, ce qui fait qu'on arrive à voir plus qu'une demi-sphère. C'est la fameuse libration lunaire. Les précessions des différents axes ont également leur effet.

Les cycles historiques

Le cycle de Méton

Ce cycle ne concerne pas les éclipses mais simplement la périodicité des phases de la Lune par rapport aux saisons. Vers 432 av. J.-C. Méton d'Athènes, en compulsant les relevés d'observation de la Lune effectués par les mésopotamiens a trouvé que ***les phases de la Lune se reproduisent exactement à la même époque*** dans l'année, au bout de **19** ans ou **235** lunaisons.

Effectivement **235** × 29,53 = 6939,55 jours et **19** × 365,242 = 6939,59 jours.

Hipparque et le Saros

Un Saros, période concernant la Lune, est cité dans une tablette babylonienne, mais cette période ne concerne pas les éclipses et elle n'a rien à voir avec le vrai Saros qui est une période de retour des éclipses.

Hipparque (190, 120 av. J.-C.) a examiné la période de *retour des éclipses* et il a trouvé le vrai Saros : une période de 18 ans et 10 ou 11 jours.

Sur la figure décrivant l'orbite de la Lune, le Soleil décrit le plan de l'écliptique. La Lune ne peut donc bien cacher le Soleil qu'au niveau des noeuds. Il en résulte que les intervalles de temps entre ces coïncidences sont des multiples de l'année draconitique de 346.62 jours et du mois draconitique de 27.212 jours. Mais si le Soleil et la Lune sont au voisinage d'un noeud, ils sont alignés, ce qui fait que l'intervalle est également un multiple du mois synodique.

Une excellente approximation est donnée par :

---

l'adjectif sidéral pour parler de sa vitesse de rotation sur elle-même mesurée relativement au repère écliptique-vernal. Cette vitesse de rotation devrait donc être qualifiée de tropique, mais l'habitude étant prise, on est obligé d'utiliser le qualificatif de stellaire pour sa vitesse de rotation par rapport à un repère qui ne précessionne pas.

- 19 années draconitiques (retour du Soleil) en 19 x 346.62 = 6585.78 jours.
- 223 mois synodiques (retour configuration Terre-Lune-Soleil identique) en 223 x 29.53059 = **6585.32** jours
- 242 mois draconitiques (passage au noeud ascendant) en 242 x 27.212 = 6585.30 jours

Ces multiples coïncident à moins d'un jour près. Il y a également une coïncidence d'éloignement de la Lune avec 239 mois anomalistiques sur la même période en 239 x 27.554 = 6585.4 jours, et comme la durée totale est proche d'un nombre entier d'années (à 10 jours près), la distance du Soleil à la Terre est également conservée.

Il existe une autre période de retour des éclipses, plus courte (3 ans 9½ mois environ), mais avec des coïncidences moins forte :

- 4 années draconitiques, soit 4 x 346.62 = 1386.48
- 51 mois draconitiques (passage au noeud ascendant), soit 51x 27.212 = 1387.81 jours

Finalement, ce qu'on appelle actuellement le Saros est **le cycle d'exactement 223 mois synodiques**, c'est-à-dire e 6585.32 jours.

La partie fractionnaire de jour fait que le cycle suivant se produit 0.32x24h ≈ 7.7h plus tard, c'est-à-dire 116° plus à l'Ouest. Trois Saros plus tard, il se produit donc vers les mêmes méridiens (à 13° près).

La machine d'Anticythère

La machine d'Anticythère, trouvée dans l'épave d'une galère romaine, coulée à l'époque du siège de Syracuse, et qui date de l'époque d'Hipparque et/ou d'Archimède comporte des engrenages de :

- 19 dents (pour le cycle de Méton)
- 235 dents (nombre de lunaisons dans le cycle de Méton)
- 239 dents (nombre de mois anomalistiques dans le Saros)
- 223 dents (nombre de lunaisons dans le Saros)
- 365 dents (nombre de jours du calendrier égyptien)

Étonnant !!!

Calcul du Saros

Il s'agit de trouver un ***commun*** multiple à l'année et au mois draconitiques.

En notant :

- ***S*** la durée du mois synodique S = 29,530589 jours
- ***D*** la durée du mois draconitique (noeud ascendant) ***M*** = 27,21222 jours

on recherche de 2 nombres entiers s et d les plus petits possibles tel que $|s.S - d.D|$ soit proche de zéro. On transforme le problème en cherchant 2 nombres entiers les plus petits dont le quotient d/s soit le plus proche possible du rapport $\boldsymbol{S}/\boldsymbol{D}$

La résolution de ce problème utilise une méthode voisine de l'algorithme d'Euclide pour décomposer le rapport $\mu = \boldsymbol{S}/\boldsymbol{D}$ en fraction continue ce qui permet ensuite d'effectuer une approximation diophantienne. Initialisée par $p_0 = \mu$ et $p_1 = 1$, on applique la relation de récurrence suivante :

$$p_{j-1} = a_{j-1} p_j + p_{j+1} \Rightarrow \begin{cases} a_{j-1} = floor\left(\dfrac{p_{j-1}}{p_j}\right) \\ p_{j+1} = p_{j-1} - a_{j-1} p_j \end{cases}$$

qui fournit la succession de couples (a_0, p_2) , (a_1, p_3) , (a_2, p_4) ...

On a alors l'égalité :

$$\mu = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots}}} \quad \text{notée} \quad \mu = [a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots]$$

Avec $\mu = \boldsymbol{S}/\boldsymbol{D} = 1.085196$ on trouve les approximations successives suivantes :

- 12/11 conduit à une période médiane de 325.69 jours
- 13/12 conduit à une période médiane de 354.06 jours.
- 38/35 conduit à une période médiane de 1033.82 jours
- 51/47 conduit à une période médiane de 1387.88 jours
- 242/223 conduit à la période médiane de 6585.34 jours (**18 ans et 10 ou 11 jours** suivant le calage par rapport aux années bissextiles).
- 777/716 conduit à une période de 21143.9 jours (57 ans 10 mois et 21 jours environ)

L'avant dernière approximation est excellente. C'est celle du Saros qui comprend :

- 19 années draconitiques de durée totale 6585.78 jours
- 242 mois draconitiques de durée totale de 6585.36 jours
- 223 mois synodiques de durée totale de 6585.32 jours
- 239 mois anomalistiques de durée totale 6585.54 jours

La dernière approximation qui fait état d'un cycle de 57 ans 10 et 21 jours environ (suivant le calage des années bissextiles) est globalement meilleure sauf sur la durée totale anomalistique qui présente un écart de 9 jours. Pour ce cycle, la coïncidence avec la conservation de l'éloignement de la Lune est moins bonne. Il comprend :

- 61 années draconitiques de durée totale 21143.82 jours
- 777 mois draconitiques de durée totale de 21143.89 jours
- 716 mois synodiques de durée totale de 21143.90jours
- 767 mois anomalistiques de durée totale 21134.34 jours

Les séries de Saros

Le Saros est un cycle basé sur les lunaisons. Sa durée est d'exactement 223 lunaisons, c'est à dire d'environ 6585 jours et 1/3 de jour, dans lequel il y a un nombre entier de lunaisons, mais un nombre approximativement entier des autres cycles et il y a en particulier 52 minutes d'écart pour le passage par le noeud de l'orbite au bout d'un Saros, ce qui représente un décalage de 1 jour au bout de 28 Saros.

Si on considère une éclipse totale, et qu'on examine ce qui se passe quelques Saros avant et après, on constate que de nombreux Saros avant il n'y a pas d'éclipse, puis des éclipses partielles, puis de nouveau des partielles, puis plus d'éclipse. L'ensemble des dates d'éclipses séparées par exactement un Saros s'appelle une **série de Saros**. Cette série commence par une éclipse partielle, puis comporte d'autres éclipses partielles, puis des totales, puis à nouveau des partielles jusqu'à la dernière de la série.

Les éclipses peuvent avoir lieu soit du coté du noeud ascendant, soit du coté du noeud descendant de l'orbite de la Lune. Toutes les éclipses d'une série de Saros se produisent forcément du même coté (puisque séparées par un nombre de révolutions draconitiques complètes voisin d'un nombre entier : 241.9987). Pour les éclipses solaires, celles qui se produisent du coté du noeud **ascendant** appartiennent à une série qui porte un numéro **impair** et celles qui se produisent du coté du noeud ***descendant*** appartiennent à une série qui porte un numéro ***pair***. C'est l'inverse pour les séries d'éclipses lunaires.

Au bout d'un grand nombre de Saros, le cumul des décalages avec les cycles draconitiques est tel qu'après une centaine de Saros, les conditions d'éclipse ne sont plus réunies. Par contre il existe de nouvelles éclipses décalées par rapport à celles de la série considérée. Si on se déplace dans le temps à partir de ces nouvelles éclipses, on constitue une nouvelles série. On a ainsi de nombreuses séries avec un intervalle de temps entre les premières de chaque série qui est voisin d'un multiple d'un demi-Saros à quelques jours près. Par exemple la série n°95 à sa 1e éclipse le 11 juillet de l'an 47, jour julien1738415.5, et la série n°96 à sa 1e éclipse le 1 juillet de l'an 94, jour julien1755572.5, soit 17157 jours plus tard, ce qui fait un peu plus de 2.6 Saros d'écart. La série suivante n°97 commence le 11 juin 123, jour julien 1766144.5 soit 10572 jours plus tard, c'est-à-dire un peu plus de 1.6 Saros plus tard.

Toutes les éclipses d'une série portent le numéro attribué à la série et un numéro d'index dans la série qui va de 1 pour la première (qui est partielle), à N pour la dernière (qui est également partielle). Le nombre N de dates d'éclipses dans une série varie de 69 à 86 (le plus souvent 70 ou 71). Ainsi une série d'éclipse associée à un Saros s'étale sur environ 71x18 = 1278 ans (1200 à 1600 ans).

J'ai assisté à Toulouse à l'éclipse totale du **15/02/1961** qui a eu son maximum à 8h19m13 TU, soit le jour Julien 2437345.8467. C'était la 58e éclipse de la série de Saros n°120 (Soleil coté noeud descendant) qui en comporte 71, et dont la première éclipse a lieu le jour julien :

$$2437345.8467 - 57 \times 6585.3216 = 2061982.51719$$

c'est-à-dire le 27 mai 933 et dont la dernière aura lieu le 7 juillet 2195.

J'ai assisté à Cherbourg à l'éclipse totale du **11/08/1999** qui a eu son maximum à 11h03m07s TU, soit le jour julien 2451401.96049. Elle était la 21e éclipse de la série de Saros n°145 (Soleil coté noeud ascendant) qui en comporte 77, et dont la première éclipse a lieu le jour julien :

$$2451401.96049 - 20 \times 6585.3216 = 2319695.5291$$

c'est-à-dire le 4 janvier 1639 et dont la dernière aura lieu le 17 avril 3009.

La dernière éclipse totale vient d'avoir lieu aux USA le **8 avril 2024**. Elle a eu son maximum à 18h17m13s TU, soit le jour julien 2460409.26196. Elle était la 30e éclipse de la série de Saros n°139 (Soleil coté noeud ascendant), qui en comporte 71 et dont la première éclipse a lieu le jour julien :

$$2460409.26196 - 29 \times 6585.3216 = 2269434.93643$$

c'est-à-dire le 17 mai 1501 et dont la dernière aura lieu le 3 juillet 2763.

La prochaine éclipse de Soleil est prévue le 12 août 2026. Elle devrait avoir son maximum à 17h45m43s. Elle sera totale au Nord de l'Espagne vers 18h30 TU. C'est la 48e (sur 72) de la série de Saros n°126 (Soleil coté noeud descendant) dont la première a eu lieu le 10 mars 1179 et dont la dernière aura lieu le 3 mai 2459.

Les éclipses qui sont survenues et peuvent survenir dans les années proches font partie des séries n°127 à 156 :

- Les éclipses des séries n°116 et précédentes se sont achevées avec la 70e éclipse de la série n°116 le 22 juillet 1971.
- Dans la série n°156 qui comporte 69 éclipses seule la première a eu lieu, le 1 juillet 2011.

Par calcul, on peut établir les séries de Saros pour le passé et l'avenir. Ainsi la série n°157 qui comporte 70 éclipses aura sa première éclipse (partielle) le 21 juin 2058.

Contributeurs historiques

Hipparque a dû s'appuyer sur les éléments suivants :

Les "Éléments", traité de mathématiques d'**Euclide d'Alexandrie** a été rédigé vers 300 avant notre ère.

La date de rédaction des "Arithmétiques" ouvrage de **Diophante d'Alexandrie** est encore plus incertaine, vers 200 avant notre ère à 1 siècle près.

Hors du monde grec, l'approximation diophantienne à l'aide des fractions continue, utilisée ci-dessus, est connue **d'Aryabhata** (mathématicien astronome indien vers 500) qui l'utilise en particulier pour calculer des racines carrées et cubiques.

(Que le lecteur veuille bien excuser mon emploi fréquent du point décimal, à la place de la virgule).