

# ETAT DE LA ROBOTIQUE EN FRANCE



AFRI

HERMES



AGENCE  
DE L'INFORMATIQUE

# METHODES DE COMPRESSION DE DONNEES POUR LES ROBOTS A TRAJECTOIRES CONTINUES

M.LLIBRE et G.BEL - CERT/DERA BP 4025  
31055 TOULOUSE CEDEX

A.RENAULT et J.P.KRIEF - AOIP-KREMLIN Robotique  
91000 EVRY

## RESUME

Le problème de la compression de données se pose en particulier dans le cas de robots à peindre pour réduire la taille des enregistrements des trajectoires et corollairement pour augmenter la capacité des systèmes de stockage. Les méthodes originales présentées sont adaptées à une saisie temps réel par des systèmes numériques peu coûteux (microprocesseur 8 bits) :

- méthodes récursives de modélisation par segments de droite
- codage binaire.

L'étude de ces méthodes fut réalisée au CERT pour la Société AOIP et la méthode retenue fut appliquée à la première génération des robots à peindre AKR.

## INTRODUCTION

Etant donné un signal basse fréquence, d'origine humaine, échantillonné et numérisé, nous recherchons une méthode de compression telle que :

- l'information mémorisée soit plus compacte que l'information originale
- le signal reconstitué soit très près du signal original (un pour mille de précision relative dans la bande passante à respecter).
- sa mise en oeuvre sur microprocesseur soit économique en taille mémoire et temps de calcul.

Nous présentons dans cet article deux méthodes qui répondent au problème posé :

1°/ - Une modélisation des trajectoires par des segments de droites. La trajectoire à modéliser est approximée par une ligne brisée avec erreur maximum limitée.

Une procédure récurrente inédite a été mise au point pour cette étude car la modélisation par la méthode des moindres carrés conduisait à des calculs trop volumineux.

2°/ - Une modélisation par codage binaire (COBIPSO). Il s'agit d'une méthode de compression de l'information également inédite, et qui est à tous points de vue, particulièrement bien adaptée au problème posé : taux de compression, rapidité de calcul, précision.

## I - MODELISATION PAR SEGMENTS DE DROITE

La trajectoire à modéliser est divisée en tronçons qui peuvent être approximés par des segments de droite. Deux principaux problèmes se posent : détermination des points de séparation des tronçons, et calcul des paramètres des droites représentatives de chaque tronçon.

Le calcul des paramètres des segments de droite, et la détermination des points de séparations doivent être effectués en temps réel, autrement dit, la modélisation de la trajectoire doit être effectuée au fur et à mesure que les points de cette trajectoire sont connus. Un léger différé de quelques points peut être envisagé, par contre, toute procédure nécessitant la mise en mémoire d'un ensemble de points de la trajectoire en vue d'effectuer un traitement global sur ces points est écartée a priori en raison des contraintes de temps de calcul et de place mémoire. Nous exposerons ci-après 2 procédures différentes pour calculer les paramètres des segments de droite :

- 1) - méthode des moindres carrés récursifs
- 2) - calcul récurrent des paramètres du segment de droite le plus long présentant un écart maximum borné.

### I.1 - Méthode des moindres carrés récursifs

Cette méthode est très classique. Nous présentons figure 1 un exemple d'organisation des calculs.

$\epsilon$  est l'erreur prédite

J est le critère d'erreur

A est la pente de la droite des moindres carrés

B est l'ordonnée à l'origine

E est l'erreur moyenne acceptée.

Les coefficients  $a_M$ ,  $b_M$  et  $j_M$  sont donnés par :

$$a_M = \frac{6}{M(M+1)} ; \quad b_M = \frac{2}{M} ; \quad j_M = \frac{(M-1)(M-2)}{M(M+1)}$$

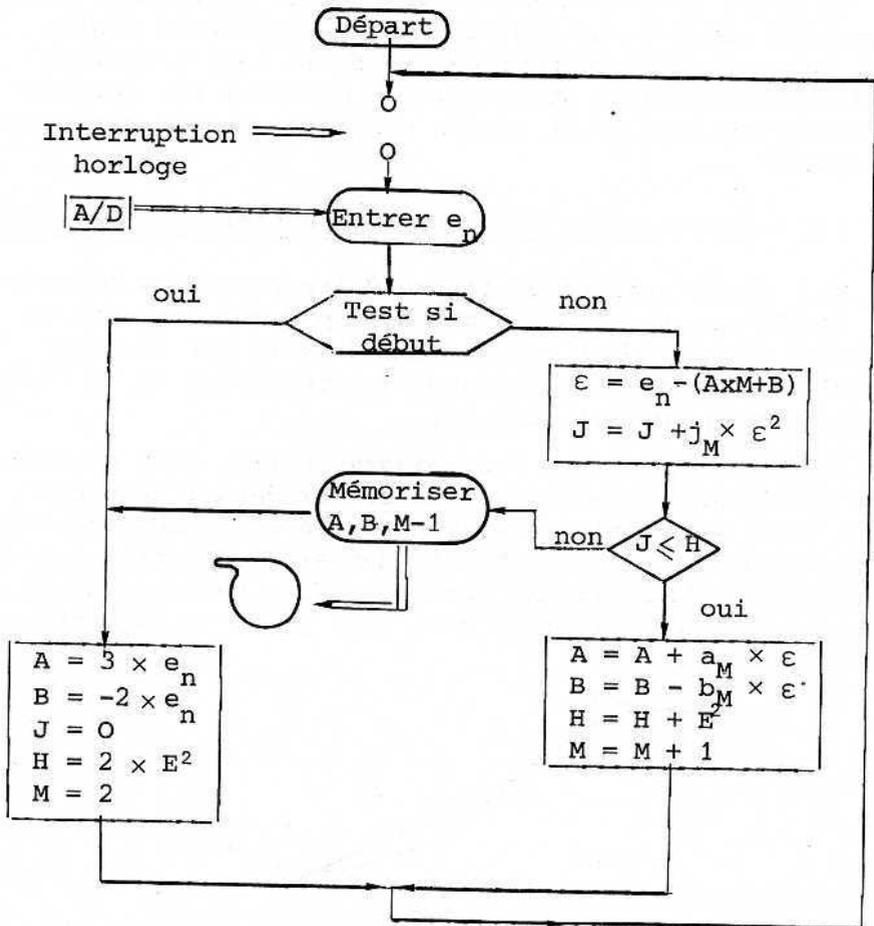


Figure 1 : Exemple d'organigramme de calcul pour la méthode des moindres carrés récurrents

La droite des moindres carrés ainsi calculée n'offre qu'une garantie limitée quant à un suivi précis de la trajectoire à modéliser. En effet, le critère d'écart étant un critère moyen, un segment de droite peut présenter pour une même valeur de critère soit une erreur de moyenne amplitude répartie tout le long de la trajectoire, soit une erreur générale de faible amplitude associée à des erreurs locales plus importantes.

D'une manière générale, les erreurs en fin de segment sont grandes, ce qui entraîne des discontinuités importantes au niveau des jonctions, introduisant donc dans le signal ainsi modélisé des transitoires gênants.

La prise en considération de l'écart instantané vrai, existant entre la trajectoire et le segment de droite qui le représente ne peut pas se faire dans l'optique des moindres carrés qui sont, par essence, une méthode d'identification de tendances générales et non pas ponctuelles.

## I.2 - Modélisation par la droite d'écart maximal borné

Nous avons représenté figure 2 les résultats obtenus en modélisant un signal donné soit par des segments de droites des moindres carrés (cas a) soit par la ligne brisée qui reste en permanence à l'intérieur de la bande de précision choisie (cas b).

La modélisation par les moindres carrés fait apparaître une bonne répartition de l'erreur dans l'ensemble mais avec des points de discontinuité aux jonctions. La droite d'écart bornée présente des erreurs parfois mal distribuées (ces erreurs sont toutefois bornées par la limite choisie à priori), mais elle préserve la continuité du signal.

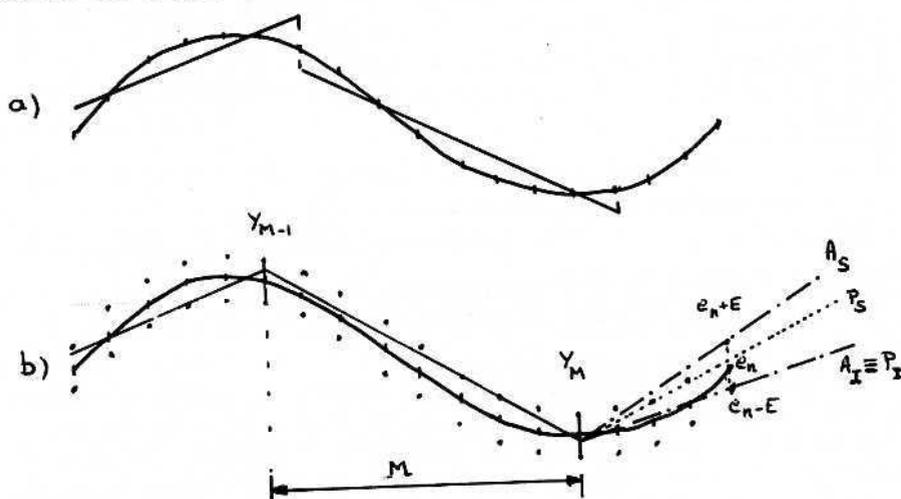


Figure 2 : Modélisation par segments de droite  
 a) - moindres carrés  
 b) - écart borné

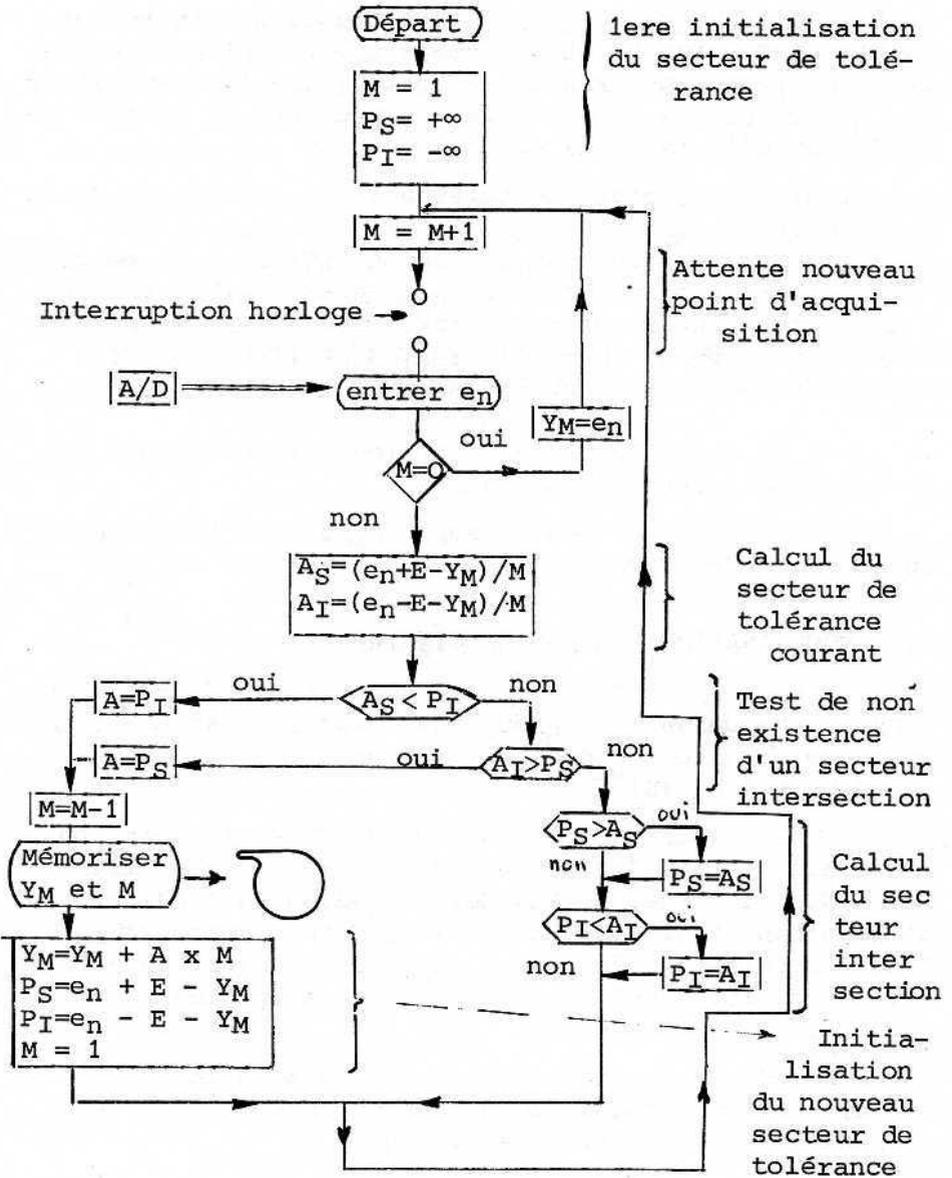


Figure 3 : Organigramme de calcul des droites d'écart borné

L'algorithme récursif présenté figure 3 calcule les points charnières  $Y_M$  et le nombre d'intervalles  $M$  entre deux jonctions. Le principe du calcul consiste à évaluer les intersections successives des secteurs angulaires de tolérance définis comme suit :

- l'origine du secteur de tolérance est le dernier point de jonction  $Y_M$
- la corde du secteur est le segment vertical de tolérance autour du point courant  $e_n$  :  $(e_n - E, e_n + E)$ . Lorsque le secteur intersection devient vide, nous déterminons un nouveau point charnière  $Y_{M+1}$  dont l'abscisse est celle du point courant précédent  $e_{n-1}$ .

$A_S$  et  $A_I$  sont les pentes supérieure et inférieure des secteurs de tolérance courants.

$P_S$  et  $P_I$  sont les pentes supérieure et inférieure du secteur intersection.

## II - MODELISATION PAR CODAGE BINAIRE

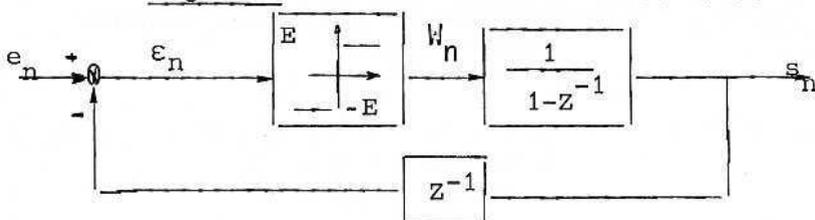
Nous appelons codage binaire une méthode de modélisation où chaque valeur  $e_n$  du signal est remplacée par une variable binaire représentant ici une variable "bang-bang"  $W_n \in \{-E, +E\}$ .

La plus connue des méthodes de modélisation par codage binaire est la "modulation Delta" élaborée en 1946 par E.N. Deloraine, S. Van Merlo et B. Derjavitch (brevet d'invention n°932 140, 10 août 1946, France, page 140). Nous l'appellerons "codage binaire du premier ordre" car elle nécessite "une" intégration dans le processus de reconstruction du signal.

Le succès de ces méthodes réside dans le fait que les intégrations numériques ne présentent pas de "dérive" à l'opposé des intégrations analogiques.

### II.1 - Codage binaire du premier ordre

figure 4 : Codeur binaire du 1er ordre



Le schéma bloc du système de codage est représenté figure 4. L'opérateur  $Z^{-1}$  étant l'opérateur retard  $T$  ( $T$  période d'échantillonnage). Un exemple de codage binaire du premier ordre est illustré figure 5a. Cet exemple met en lumière les faits suivants :

- la pente du signal  $s_n$  est limitée à  $E$  en valeur absolue. Cette valeur doit donc être supérieure à la vitesse maximum d'évolution du signal  $e_n$  pour que le signal  $s_n$  puisse toujours le suivre
- lorsque le signal  $e_n$  est approximativement constant, le signal  $s_n$  est périodique, de période  $2T$  et d'amplitude crête à crête égale à  $E$ .

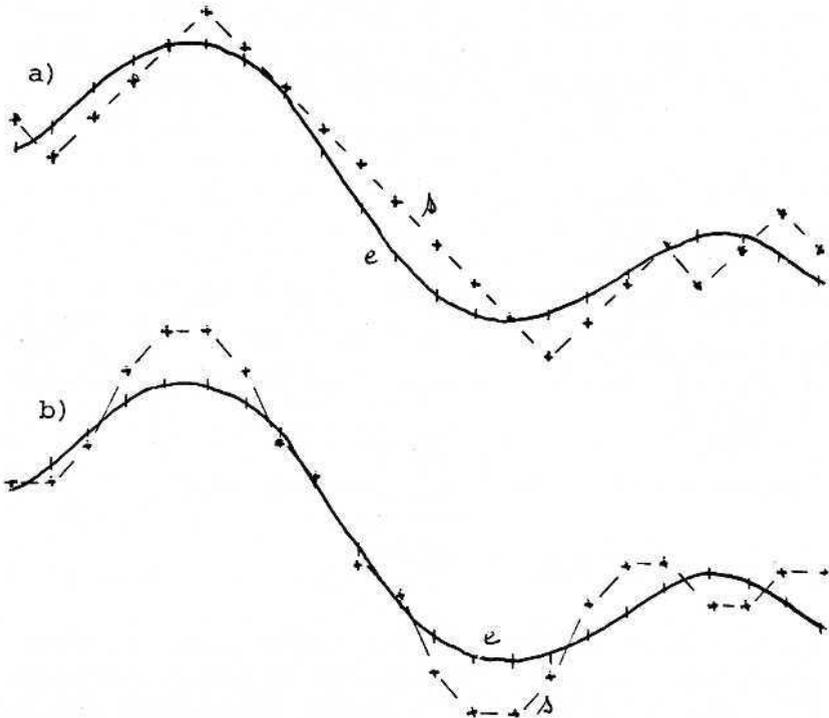


Figure 5 : Codage binaire  
 a) - premier ordre  
 b) - deuxième ordre avec compensation

Généralement, cette méthode ne permet pas de satisfaire simultanément les impératifs de dynamique et de précision.

## II.2 - Codage binaire pseudo optimal du 2ème ordre (COBIPSO)

Une amélioration importante est obtenue en utilisant une double intégration numérique dans le processus de reconstruction du signal  $s_n$ .

La méthode COBIPSO est présentée figure 6. Afin de suivre au mieux le signal d'entrée  $e_n$ , on utilise un correcteur numérique apparenté aux paraboles de commutation utilisées pour commander en temps minimum par un "bang-bang" les systèmes à double intégration analogique : le signal binaire utilisé pour représenter  $W_n$  est fourni par le signe de la fonction de commutation :

$$\varepsilon_n + \frac{V_n}{2} \left( \frac{|V_n|}{E} + 1 \right) = 0 \quad (1)$$

où  $V_n = \varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}$

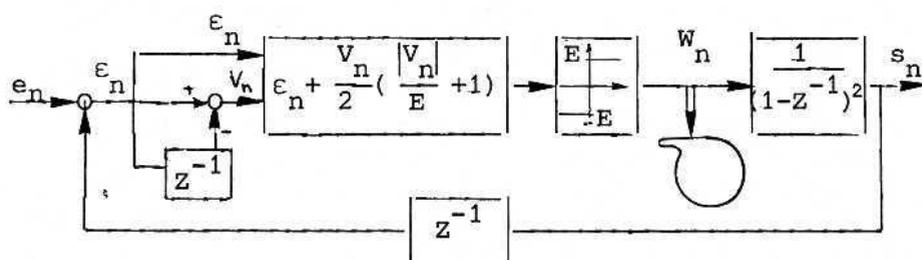


Figure 6 : COBIPSO

La courbe de commutation (1) est obtenue à partir d'une translation de la trajectoire de phase aboutissant à l'origine. Cette translation permet de réduire les dépassements causés par les retards à la commutation inhérents aux systèmes échantillonnés.

Afin de réduire la sensibilité aux bruits, on préférera évaluer  $v_n$  par l'expression :

$$v_n = (e_{n+1} - e_{n-1})/2 - (s_{n-1} - s_{n-2})$$

Par ailleurs, si le temps de calcul pour évaluer l'expression (1) est trop important, on peut lui substituer

l'approximation linéaire par morceaux suivante :

$$|\varepsilon_n| \leq 6E \rightarrow \varepsilon_n + 2V_n = 0$$

$$6E < |\varepsilon_n| \leq 78E \rightarrow \varepsilon_n + 8V_n + 18E \times \text{sign}(\varepsilon_n) = 0$$

$$78E < |\varepsilon_n| \leq 190E \rightarrow \varepsilon_n + 16V_n + 114E \times \text{sign}(\varepsilon_n) = 0$$

$$190E < |\varepsilon_n| \rightarrow \varepsilon_n + 32V_n + 418E \times \text{sign}(\varepsilon_n) = 0$$

Les multiplications ou divisions nécessaires à la méthode ne mettent alors en jeu que des puissances de 2.

### III - PERFORMANCES DES METHODES DE COMPRESSION

Plus grand est le rapport signal/bruit, meilleures sont les performances des méthodes proposées. En conséquence, il sera parfois nécessaire de filtrer le signal avant de le traiter par l'algorithme de compression lorsque le rapport signal/bruit sera trop faible. Un filtrage analogique avant l'échantillonnage est toujours préférable. Son coût élevé nous a conduit à définir un filtre numérique adapté au problème de l'enregistrement des trajectoires.

#### III.1 - Préfiltre numérique

La fonction de transfert du filtre proposé est :

$$\frac{F(Z)}{E(Z)} = \frac{1}{8 - 11Z^{-1} + 4Z^{-2}}$$

son équation récurrente est :

$$f_n = (e_n + 11 f_{n-1} - 4 f_{n-2}) / 8$$

En plus de sa simplicité de mise en oeuvre, ce filtre offre les avantages suivants :

- erreur statique nulle (en négligeant les effets de la quantification)
- amortissement critique :  $\xi = 0.83$
- fréquence propre : 1/15 fréquence échantillonnage
- le déphasage peut être considéré comme un retard pur de trois périodes d'échantillonnage dans la bande passante à respecter.

Ce dernier point est très important afin de maintenir la

synchronisation des 6 mouvements élémentaires du robot.

### III.2 - Signal de test

Afin de comparer les méthodes de compression, nous avons utilisé un signal pseudo aléatoire qui représente les trajectoires de peinture. La figure 7 montre comment ce signal est généré.

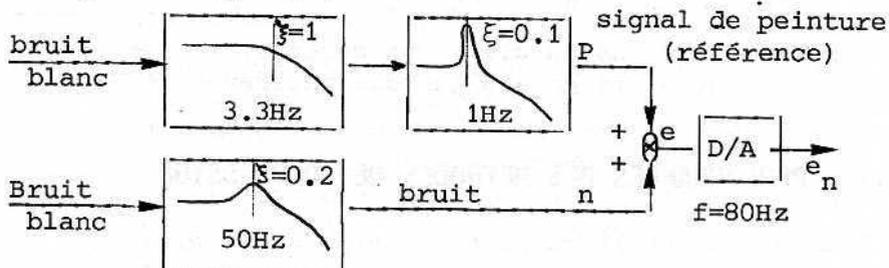


Figure 7

Le signal de peinture  $P$  avant bruitage est un signal basse fréquence de bande passante 3.3 Hz et comportant une dominante à 1 Hz. Le bruit de bande passante 50 Hz comporte une dominante à cette fréquence (secteur électrique).

### III.3 - Résultats

Nous présentons les résultats d'essais pour les méthodes de compression retenues :

- droite d'écart borné ; signal reconstruit  $y$
- COBIPSO avec courbe de commutation linéaire par morceaux, signal reconstruit  $s$ .

Les résultats d'essais sont résumés dans le tableau 1.

- La première ligne donne les trois rapports signal/peinture/bruit de trois essais représentatifs
- La deuxième ligne les rapport signal peinture/erreur après filtrage numérique (p-f)
- La troisième ligne présente les rapport signal peinture/erreur après reconstruction (p-y) par la méthode des droites d'écart borné
- La quatrième ligne présente les mêmes rapports pour la méthode COBIPSO.

|                           |               |              |              |   |
|---------------------------|---------------|--------------|--------------|---|
| $\sigma_p/\sigma_n$       | 43 dB (140/1) | 29 dB (28/1) | 23 dB (14/1) | entrée<br>Pré-<br>filtre<br>Droite<br>d'écart<br>borné<br>COBIPSO |
| $\sigma_p/\sigma_{(p-f)}$ | 40 dB (110/1) | 38 dB (80/1) | 34 dB (48/1) |   |
| $\sigma_p/\sigma_{(p-y)}$ | 33 dB (46/1)  | 33 dB (44/1) | 32 dB (40/1) |   |
| $\sigma_p/\sigma_{(p-s)}$ | 40 dB (98/1)  | 37 dB (74/1) | 34 dB (49/1) |   |

Tableau 1 : Résultats d'essais  
(rapport signal/bruit)

Le taux de compression du codage binaire est égal au nombre de bits du convertisseur analogique digital utilisé pour la numérisation du signal à modéliser. Le taux de compression avec la modélisation par droite d'écart borné dépend de la valeur tolérée pour l'écart. Pour les essais présentés, cet écart a été choisi de manière à ce que les taux de compression obtenus étaient approximativement identiques pour ces deux méthodes. La comparaison proposée est donc significative des performances de précision à taux de compression égal.

On peut noter que le préfiltre numérique est inutile lorsque le rapport signal/bruit original est supérieur à 40 dB.

La modélisation par droite d'écart borné est nettement moins performante que COBIPSO lorsque le niveau du bruit résiduel est faible.

COBIPSO ne détériore que très légèrement le rapport signal/bruit.

En l'absence du préfiltre numérique, les performances se détériorent rapidement lorsque le niveau bruit augmente. Par exemple avec COBIPSO les rapports signal/bruit sont respectivement en l'absence de préfiltre numérique :

37 dB, 20 dB, et 10 dB.

#### IV - CONCLUSION

Les méthodes de compression de données pour l'enregistrement des trajectoires des robots industriels doivent avoir les propriétés suivantes :

- volume de calcul faible aussi bien pour l'enregistrement que pour la reconstruction des trajectoires
- taux de compression élevé et si possible constant
- erreur de modélisation faible
- signal reconstruit exempt de discontinuités parasites.

COBIPSO offre tous ces avantages. La modélisation par droite d'écart borné ne présente pas un taux de compression constant et produit un signal reconstruit moins lisse que COBIPSO.

Ces méthodes ont été validées sur les robots à peindre AKR de première génération. La méthode de compression actuellement utilisée sur ces robots est une méthode de codage binaire plus performante suggérée à la suite de l'étude de COBIPSO.