



Société des Electriciens et des Electroniciens

Association reconnue d'utilité publique par décret du 7 décembre 1986

48 rue de la Procession - F-75724 Paris cedex 15 - Tél.: 33(1) 44.49.60.00 - Télécopie: 33(1) 44.49.60.49 - Télex SEE 200565 F

Cheques Postaux Paris 170-28 P - Siret 795 393 232 00026 - APE 9321

LOCALISATION EN ROBOTIQUE

JOURNÉE D'ETUDES



CLUB 23

Recueil des Communications

2 AVRIL 1993
SUPÉLEC
GIF SUR YVETTE

ORGANISATION :

SEE :
Club 23 "Détection-Localisation-Navigation"
Président : A. JANEX (THOMSON)
Organisateur : G. GARNIER (ONERA)

LOCALISATION D'UN VEHICULE D'EXPLORATION PLANETAIRE

LLIBRE Michel
Ingénieur de recherche
ONERA/CERT/DERA
Fax n° 61.55.71.94



RESUME

Nous présentons dans cet article l'étude d'un système de localisation pour un véhicule autonome d'exploration planétaire. Ce système est basé sur l'intégration de mesures gyro-accélérométriques et sur des corrections calculées au moyen d'un filtre de Kalman alimenté par des mesures de différentes nature : gravité, vitesse de rotation planète, visées stellaires et solaire, visées d'amers locaux identifiés par un système de vision bord, et une pseudo-mesure de vitesse nulle.

SUMMARY

This paper deals with the localisation problem of an autonomous vehicle for planet exploration. The localisation process is based on the integration of gyro-accelerometer outputs corrected through a Kalman filtering of various measurements : gravity, rotation speed of the planet, stellar and solar directions, identification of local features on the planet through an onboard vision system and detection of the full stop of the vehicle.

1 INTRODUCTION

Cet article décrit les aspects théoriques du système de localisation que nous avons proposé pour le projet de véhicule automatique d'exploration de la planète Mars, nommé VAP, défini par le CNES dans le cadre d'une collaboration CEA, CNRS, INRIA et ONERA-CERT.

Deux options sont actuellement étudiées : un véhicule d'une masse totale de 1000 kg (option 1) et un véhicule de 100 Kg (option 2 : chiffres entre parenthèses).

La mission du véhicule sur la planète sera de 13 mois, au cours de laquelle il devra parcourir une distance totale de l'ordre de 1000 km (250 km). La durée nominale des déplacements journaliers sera de l'ordre de 4 heures. Au cours d'une journée, le véhicule pourra effectuer un déplacement de l'ordre de quelques kilomètres au plus, à une vitesse maximale de 34 cm/s (8 cm/s).

La charge utile que peut emporter le véhicule est limitée à 250 kg (25 kg). Elle est à partager entre l'instrumentation scientifique, les moyens de localisation, de navigation, de calcul, le bras manipulateur, etc... De même, l'énergie à partager est limitée à 500 watts (60 watts).

La température au sol variant de -100°C à +30°C, pratiquement tous les instruments électroniques devront être thermostatés.

En ce qui concerne la localisation, on ne pourra pas utiliser de compas magnétique car le champ magnétique de Mars est très faible. Par contre, la faible épaisseur de l'atmosphère, permet d'envisager l'utilisation de visées stellaires la nuit, en dehors des rares périodes de tempête de sable.

Le système de localisation proposé est basé sur l'utilisation d'une centrale inertielle strapdown complète (3 mesures gyrométriques et 3 mesures accélérométriques) et sur des

corrections effectuées à partir de la reconnaissance d'amers par le système de vision bord étudié par l'INRIA.

En mode nominal de déplacement, dans un environnement moyennement accidenté, le véhicule se déplace d'environ 10 mètres, en aveugle, uniquement guidé par la navigation inertielle (ou hybride avec odométrie), puis s'arrête. Le système de vision bord dresse une carte de l'environnement immédiat du robot qui permet au véhicule d'avancer en aveugle de 10 mètres supplémentaires, et ainsi de suite.

Chaque arrêt momentané, nécessaire à l'élaboration de la carte de l'environnement immédiat, est mis à profit pour effectuer les mesures de correction de la localisation :

- recherche d'amers lointains par le système de vision bord,
- visée solaire (précision estimée de la visée 0.02'),
- mesures inertielles internes à l'arrêt (gravité et vitesse de rotation de la planète),
- pseudo-mesure vitesse nulle.

Les arrêts prolongés seront utilisés pour corriger ou initialiser la position du véhicule :

- localisation initiale du lieu d'atterrissage par le satellite en orbite (précision espérée de 10 mètres),
- utilisation de stations terrestres de localisation VLBI (précision 100 mètres)
- "point aux étoiles" (précision 100 à 1000 mètres suivant la déviation de verticale).

L'étude théorique effectuée pour la définition, la simulation et la mise en oeuvre de la fusion de informations de localisation au moyen d'un filtre de Kalman étendu est présentée dans ce document.

2 LES REPERES

2.1 Repères galiléens liés à Mars

Deux repères galiléens martiens sont utilisés : le repère inertiel équatorial équinoxe martien \mathcal{R}_E et le repère IAU martien \mathcal{R}_I . Pour \mathcal{R}_E l'axe \vec{Z}_E est dirigé selon $\vec{\Omega}_{Mars}$ et la direction de \vec{X}_E est celle du point γ martien (intersection ascendante du plan moyen de l'orbite de Mars et du plan moyen de son équateur). Pour \mathcal{R}_I l'axe \vec{Z}_I est identique à \vec{Z}_E (selon $\vec{\Omega}_{Mars}$) et l'axe \vec{X}_I est selon le vecteur \vec{IAU}_{Mars} dont la direction est celle de l'intersection des équateurs terrestre et martien. Les directions de \vec{C}_{Mars} (vecteur normal au plan moyen de l'orbite de Mars) et de $\vec{\Omega}_{Mars}$ sont définies dans [3] relativement au repère écliptique et équinoxe terrestre et au repère équatorial équinoxe terrestre.

Nous avons choisi \mathcal{R}_E comme repère de référence martien. Dorénavant nous le noterons \mathcal{R}_O .

2.2 Le repère horaire origine martien \mathcal{R}_G

Le repère horaire origine de Mars \mathcal{R}_G , lié à la planète, a son axe \vec{Z}_G identique à celui de \mathcal{R}_O . Son axe \vec{X}_G forme avec \vec{Z}_G le *méridien origine*. Ce méridien origine est défini soit par rapport à \mathcal{R}_E par :

$$V_E = \angle(\vec{X}_E, \vec{X}_G) = V_{E0} + \omega_{Mars} d$$

où d est le nombre de jours depuis la date de référence^{1,2}, V_{E0} est l'angle horaires origine à la date de référence et où ω_{Mars} est le module de la vitesse instantanée de rotation de Mars. Avec B1950 comme date de référence on a :

$$V_{E0} = 148.595 \text{ degrés}$$

$$\omega_{Mars} = 350.891985 \text{ degrés/jour}$$

La matrice de passage $[OG]$ entre $\mathcal{R}_O = \mathcal{R}_E$ et \mathcal{R}_G est donnée par :

$$[OG] = \begin{pmatrix} \cos V_E & -\sin V_E & 0 \\ \sin V_E & \cos V_E & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.3 Le repère aérogaphique

La forme de la planète, à l'altitude moyenne de 6.1 millibar de pression atmosphérique, est assimilée à un ellipsoïde de révolution d'axe polaire. Les valeurs numériques suivantes ont été obtenues par l'*U.S. Geological Survey* :

$$\text{Demi grand axe polaire } R_p = 3375.7 \text{ km}$$

$$\text{Demi grand axe équatorial } R_e = 3393.4 \text{ km}$$

A chaque point de cet ellipsoïde, on peut associer un repère aérogaphique local \mathcal{R}_L avec le vecteur \vec{Z}_L dirigé selon la verticale locale extérieure et le vecteur \vec{Y}_L dans le méridien local, tangent à l'ellipsoïde, dirigé vers le pôle Nord. Il en résulte que \vec{X}_L est selon un parallèle, dirigé vers l'Est.

2.4 Le repère carte

On associe aux cartes, dans lesquelles sont relevés les modèles numériques de terrain, un repère carte \mathcal{R}_A , ayant pour origine un point A situé à une altitude h par rapport à l'ellipsoïde aérogaphique et ayant le vecteur \vec{Z}_A dirigé selon \vec{Z}_L (le plan de la carte est "horizontal").

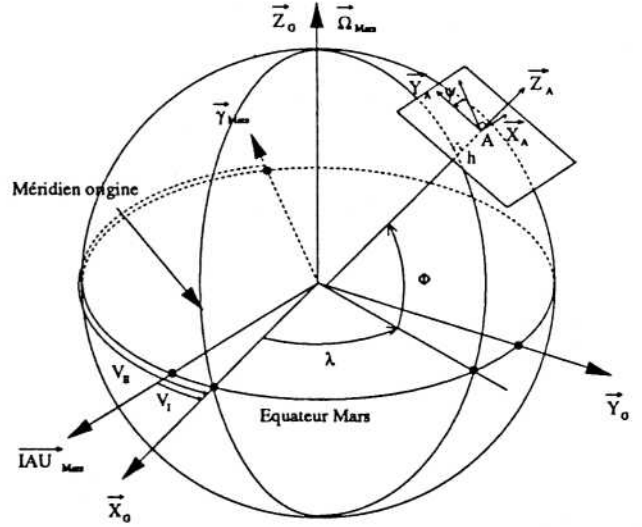
Notons :

λ la longitude du méridien passant par A ,

ϕ la latitude aérogaphique du point A , $\phi = \frac{\pi}{2} - \angle(\vec{Z}_G, \vec{Z}_L)$,

ψ l'azimut de la carte, $\psi = \angle(\vec{X}_L, \vec{X}_A) = \angle(\vec{Y}_L, \vec{Y}_A)$,

e l'excentricité de l'ellipsoïde définie par $e^2 = 1 - (R_p/R_e)^2$,



Repères horaire origine martien et repère carte

Les coordonnées du point A origine de \mathcal{R}_A en projection dans \mathcal{R}_G sont données par :

$$(OA)_G = \begin{pmatrix} \left(\frac{R_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2(\phi)}} + h \right) \cos \lambda \cos \phi \\ \left(\frac{R_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} + h \right) \sin \lambda \cos \phi \\ \left(\frac{R_e(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} + h \right) \sin \phi \end{pmatrix}$$

La matrice de passage $[GA]$ est donnée par :

$$[GA] = \begin{pmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \sin \phi & \cos \lambda \cos \phi \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \sin \phi & \sin \lambda \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice de passage $[OA]$ de \mathcal{R}_O à \mathcal{R}_A est donnée par :

$$[OA] = [OG][GA]$$

2.5 Le repère véhicule

On associe au véhicule un repère \mathcal{R}_M dont l'origine M est confondue avec celle du repère associé aux capteurs accélérométriques. L'axe \vec{Z}_M est dirigé vers le haut et l'axe \vec{Y}_M est dirigé vers l'avant. Le véhicule est repéré dans la carte par les coordonnées du point M dans \mathcal{R}_A :

$$(AM)_A = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

et par l'attitude de \mathcal{R}_M par rapport à \mathcal{R}_A définie par la matrice de passage $[AM]$.

On utilise également pour spécifier cette attitude les trois angles l (lacet), t (tangage) et r (roulis) du système ltr utilisé en robotique et qui correspond à trois rotations successives autour des axes z , puis x , puis y .

Le cap du véhicule par rapport au Nord est égal à la somme des angles ψ (azimut carte) et l .

3 MODELISATION DE LA CENTRALE

On considère que le véhicule est instrumenté d'une centrale gyro-accélérométrique à composants liés. L'ensemble des gyromètres et accéléromètres est situé sur une plate-forme instrumentale. Les directions des axes sensibles de ces capteurs sont fixes et connues par rapport à cette plate-forme à laquelle est associée le repère de référence \mathcal{R}_M du Véhicule.

3.1 Modélisation commune aux mesures gyrométriques et accélérométriques

Les modélisations des deux systèmes de mesure étant très voisines, nous en faisons une présentation unique en notant \vec{E} le vecteur à mesurer qui représente la vitesse instantanée de rotation $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_{OM}$ du repère \mathcal{R}_M rapport au repère inertiel \mathcal{R}_O dans le cas des gyromètres et l'accélération non gravitationnelle \vec{A} dans le cas des accéléromètres.

3.1.1 Modèle théorique simplifié des mesures

Notons \vec{u}_i le vecteur unitaire porté par le i ème axe de mesure (gyrométrique ou accélérométrique) et $(u_i)_M$ le vecteur colonne constitué des trois composantes de ce vecteur dans le repère véhicule \mathcal{R}_M . Le vecteur à n (n_Ω ou n_A supérieur à 3 en général) composantes des mesures théoriques s'obtient à partir des composantes $(E)_M$ par la matrice de mesure H.

$$(e) = H (E)_M \text{ avec } H = \begin{pmatrix} (u_1)_M^T \\ (u_2)_M^T \\ \vdots \\ (u_n)_M^T \end{pmatrix}$$

La restitution dans le repère \mathcal{R}_M du véhicule, des trois composantes mesurées, à partir du vecteur des mesures se fait par le biais de la pseudo-inverse G de H.

$$(E)_M = G (e) \text{ avec } G = (H^T H)^{-1} H^T$$

3.1.2 Défauts affectant les "n" mesures réelles

Mésalignement des axes de mesure

On considère généralement trois types de mésalignement :

1. Un mésalignement global $\vec{\alpha}$ de la centrale qui affecte également tous les axes de mesure.
2. Un mésalignement de stabilité dans le cas des gyros principalement, $\vec{\beta}_i$ qui est individuel par gyro, mais qui affecte également chaque direction propre d'un même gyro.
3. Un mésalignement de calage des axes de mesure $\vec{\gamma}_i$ qui affecte individuellement chaque axe de mesure.

En exprimant tous les vecteurs mésalignements dans la même base (celle du repère véhicule par exemple), on peut utiliser un seul mésalignement global par axe de mesure, $\vec{\eta}_i$, somme de tous les mésalignements considérés :

$$\vec{\eta}_i = \vec{\alpha} + \vec{\beta}_i + \vec{\gamma}_i \quad \text{soit dans } \mathcal{R}_M \quad (\eta_i)_M = (\alpha)_M + (\beta_i)_M + (\gamma_i)_M$$

Résidu de facteur d'échelle

La mesure effectuée par chaque axe est entachée d'une erreur due au résidu de facteur d'échelle. L'effet de cette erreur est modélisé par un gain multiplicatif g_i affectant chaque mesure, du type :

$$g_i = 1 + \epsilon_i$$

avec $\epsilon_i \ll 1$.

Matrice de mesure réelle

Appelons H, la matrice H réelle, obtenue à partir des directions réelles (mésalignements inclus) des axes de mesures et qui prend également en compte les erreurs de facteur d'échelle. Ces défauts transforment le vecteur unitaire \vec{u}_i , de projection sur le i ème axe de mesure, en un vecteur de projection non unitaire \vec{u}_{ri} , inconnu. Il vient dans \mathcal{R}_M :

$$(u_{ri})_M = g_i [R_{ri}]_M (u_i)_M \Rightarrow H_r = \begin{pmatrix} (u_{r1})^T \\ (u_{r2})^T \\ \vdots \\ (u_{rn})^T \end{pmatrix}_M$$

Bruits de mesure, d'intégration et de numérisation

Les mesures numériques effectivement délivrées résultent d'une intégration des composantes sur les axes de mesure, pendant une période fixe d'échantillonnage Δt , qui, en négligeant les variations des mésalignements et des facteurs d'échelle pendant cette période, se simplifie en :

$$(\delta i_m) = H_r \int_t^{t+\Delta t} (E)_M dt + \int_t^{t+\Delta t} (d+b) dt + (q)$$

où l'indice "m" signifie mesuré, et où :

(d) représente le vecteur à n composantes des erreurs de dérive aléatoire,

(b) représente le vecteur à n composantes des bruits de mesure à moyenne nulle et écart-type (σ_b) ,

(q) représente le vecteur à n composantes des bruits de quantification de niveau h.

Le bruit de mesure (b) et la dérive aléatoire (d) sont obtenus en simulation à partir d'un bruit blanc gaussien à moyenne nulle et écart type unité. Ce bruit est d'une part multiplié par σ_b pour générer (b) et d'autre part multiplié par σ_d et intégré pour générer (d). Des valeurs aléatoires indépendantes sont prises sur les différents axes de mesure, de même que des écarts-types différents.

En simulation numérique, le blocage pendant une période d'intégration Δt des variables aléatoires doit être compensé par l'utilisation d'un écart-type divisé par $\sqrt{\Delta t}$.

Les mesures quantifiées (δi_m) s'obtiennent à partir des mesures non quantifiées (δi_{mq}) en appliquant à chaque composante la procédure suivante. Appelons ρ le vecteur des restes de la quantification précédente. Il vient :

$$(\delta i_m) = h \text{Round} \left(\frac{1}{h} (\delta i_{mq} + \rho) \right) \text{ et } \rho = (\delta i_{mq} + \rho) - (\delta i_m)$$

3.1.3 Dérive équivalente dans \mathcal{R}_M

Appelons Π la matrice qui regroupe tous les défauts inconnus du système de mesure, définie par :

$$GH_r = \mathbf{1} + \Pi$$

On appelle dérive équivalente la valeur moyenne de l'erreur de mesure ramenée en composantes dans \mathcal{R}_M . Elle est donnée par⁴ :

$$(d)_M = \Pi (E)_M + G (d)$$

Cette expression montre qu'en sus de la dérive naturelle des

capteurs, les défauts d'alignement et les résidus de facteur d'échelle induisent des biais sur les mesures proportionnels à la quantité mesurée (vitesse de rotation ou accélération non gravitationnelle). A l'arrêt ces termes sont donc respectivement proportionnels à $\overline{\Omega}_{Mars}$ dans le cas des gyromètres et à \overline{g} dans le cas des accéléromètres.

3.2 Cas des mesures gyrométriques

Dans ce cas le vecteur mesuré $\overline{E} = \overline{\Omega}$ est la vitesse instantanée de rotation du repère \mathcal{R}_M par rapport au repère \mathcal{R}_O d'où :

$$(E)_M = (\Omega)_M = [AM]^T \{(\Omega_{Mars})_A + (\Omega_r)_A\}$$

avec :

$$(\Omega_{Mars})_A = \omega_{Mars} [GA]^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nous noterons $(\delta\theta_m) = (\delta i_m)$ les incréments de variation d'attitude bruités et quantifiés fournis par la centrale gyrométrique à la période Δt_Ω , et $Q_{b\Omega}$ et $Q_{d\Omega}$ les matrices de covariances associées aux variances σ_b^2 et σ_d^2 .

3.3 Cas des mesures accélérométriques

Un accéléromètre mesure l'accélération non gravitationnelle au point M , d'où :

$$\begin{aligned} \overline{E} = \overline{A} &= \overline{\gamma}_{abs} - \overline{\Phi}_M \\ &= \overline{\gamma}_r - \overline{g}_M + 2\overline{\Omega}_{Mars} \wedge \overline{V}_r \end{aligned}$$

Nous noterons $(\delta v_m) = (\delta i_m)$ les incréments de variation de "vitesse" bruités et quantifiés fournis par la centrale gyrométrique à la période Δt_Γ , et $Q_{b\Gamma}$ et $Q_{d\Gamma}$ les matrices de covariances associées aux variances σ_b^2 et σ_d^2 .

Modèles de gravitation et de pesanteur

Deux modèles sont utilisés en simulation pour calculer le champ de gravitation et le vecteur pesanteur. Le modèle censé fournir le champ de gravitation réel qui prendrait en compte la répartition réelle des masses sur la planète (publié dans le cas de Mars par Balmino⁷) est utilisé pour simuler les mesures effectuées par les accéléromètres. Un modèle théorique simplifié interne à la centrale, est utilisé pour l'intégration des ces mesures.

En notant \overline{g} le vrai vecteur pesanteur (inconnu) au point M et \overline{g}_n le vecteur pesanteur approché calculé au même point à partir d'une normale à l'ellipsoïde de référence, on appelle² :

- perturbation du vecteur pesanteur : $\overline{\Delta g} = \overline{g} - \overline{g}_n$
- perturbation de pesanteur : $\delta g = \|\overline{g}\| - \|\overline{g}_n\|$
- perturbation de verticale : $\angle(\overline{g}, \overline{g}_n)$

4 PROPAGATION DE L'ESTIMATION

4.1 Paramètres estimés

Le filtre de localisation étudié estime les 19 paramètres suivants :

- coordonnées aérogographiques estimées λ, ϕ, ψ et h , qui permettent de calculer $(OA)_G$ composantes de la position du repère local \mathcal{R}_A dans le repère horaire origine \mathcal{R}_G et $[GA]$, matrice de passage précisant l'orientation de \mathcal{R}_A relativement à \mathcal{R}_G .
- Angles l, t et r d'attitude du véhicule qui permettent de

calculer $[AM]$ matrice de passage précisant l'orientation estimée du repère véhicule \mathcal{R}_M relativement au repère local \mathcal{R}_A ,

- $(AM)_A$, 3 composantes précisant la position estimée du véhicule relativement au repère local \mathcal{R}_A ,
- $(V_r)_A = (V_{AM})_A$ 3 composantes dans \mathcal{R}_A de la vitesse relative estimée de \mathcal{R}_M par rapport à \mathcal{R}_A .
- $(d_\Omega)_M$ 3 composantes dans \mathcal{R}_M de la dérive équivalente estimée des gyromètres.
- $(d_\Gamma)_M$ 3 composantes dans \mathcal{R}_M de la dérive équivalente estimée des accéléromètres.

Normalement, les paramètres estimés sont surmontés d'un chapeau qui a été omis dans ce chapitre afin d'alléger les notations.

4.2 Propagation de l'orientation

La centrale délivre des incréments de variation d'orientation $(\delta\theta_m)$ avec une période de récurrence $\Delta t = \Delta t_\Omega$. Avant toute intégration les mesures sont ramenées en projection dans le repère véhicule \mathcal{R}_M en utilisant la pseudo-inverse G_Ω de la matrice de mesure H_Ω , puis elles sont corrigées à l'aide des dérivées équivalentes estimées :

$$(\delta\theta_{cor})_M = G_\Omega(\delta\theta_m) - (d_\Omega)_M \Delta t$$

Le fait d'assimiler $(\delta\theta_{cor})_M$ à un vecteur de rotation fini introduit une erreur systématique (mise en évidence par le théorème de Goodman⁵ pour les mouvements coniques) qui apparait aux petits angles dès le troisième ordre en $\|\delta\theta\|$. La correction d'Edward⁶ qui s'applique indifféremment à l'intégration par matrice ou par quaternion permet de repousser cette erreur au quatrième ordre :

$$\overline{\Delta\theta} = \overline{\delta\theta}_{cor} + \frac{1}{12} (\overline{\delta\theta}_{cor} \wedge \overline{\delta\theta}_{cor})$$

où $\overline{\delta\theta}_{cor}$ est l'incrément de variation d'attitude corrigé, fourni par la centrale à la période d'intégration précédente.

On trouvera dans [8] une comparaison portant sur 9 différentes corrections de $\Delta\theta$ basées sur l'utilisation de deux fréquences d'intégration.

Pour obtenir l'attitude relativement au repère local \mathcal{R}_A , il faut prendre en compte la rotation de la planète. Il vient :

$$[AM(t + \Delta t)] = [R(\Omega_{Mars}\Delta t)]_A^T [AM(t)] [R(\Delta\theta)]_M$$

en notant $R(V)$ l'opérateur rotation associé au vecteur rotation fini \overline{V} .

4.3 Propagation de la position et de la vitesse relative

La centrale délivre des incréments de variation de vitesse (δv_m) avec une période de récurrence $\Delta t = \Delta t_\Gamma$. Avant toute intégration les mesures sont ramenées en projection dans le repère véhicule \mathcal{R}_M en utilisant la pseudo-inverse G_Γ de la matrice de mesure H_Γ , puis elles sont corrigées à l'aide des dérivées équivalentes estimées :

$$(\delta v_{cor})_M = G_\Gamma(\delta v_m) - (d_\Gamma)_M \Delta t$$

Plusieurs approches sont possibles pour intégrer ces mesures équivalentes corrigées. Ces approches ont été testées et comparées dans [6]. Nous limitons notre présentation à une

seule méthode qui sans être la meilleure présente un bon compromis entre simplicité et précision. Posons :

$$(\Delta V_r)_A = [AM(t)] \left\{ (\delta v_{cor})_M + \frac{1}{2}(\Delta\theta - \Omega_{Mars} \Delta t)_M \wedge (\delta v_{cor})_M \right\} + (g)_A \Delta t - 2(\Omega_{Mars})_A \wedge (V_r(t))_A \Delta t$$

Il vient :

$$(V_r(t + \Delta t))_A = (V_r(t))_A + (\Delta V_r)_A$$

$$(AM(t + \Delta t))_A = (AM(t))_A + \frac{(V_r(t) + V_r(t + \Delta t))_A}{2} \Delta t$$

4.4 Autres propagations

En ce qui concerne les autres paramètres estimés, à savoir $\lambda, \phi, \psi, h, (d_\Omega)_M$ et $(d_r)_M$, ils sont maintenus constants en l'absence de mesures correctives.

5 MODELE LINEARISE

Nous nous limiterons ici à la définition des variables d'état du modèle linéarisé aux erreurs d'estimation, et à la présentation des équations d'évolution. Les calculs détaillés sont présentés dans [4].

La majeure partie du vecteur d'état est constituée par des différences directes entre paramètres réels et paramètres estimés. Il s'agit de :

- $(\delta M)_A = (AM)_A - (\hat{A}\hat{M})_A$ composantes dans \mathcal{R}_A de l'erreur de position relative du véhicule,
- $(\delta V_M)_A = (V_r)_A - (\hat{V}_r)_A$ composantes dans \mathcal{R}_A de l'erreur de vitesse relative du véhicule,
- $(\Delta d_\Omega)_M = (d_\Omega)_M - (\hat{d}_\Omega)_M$ composantes dans \mathcal{R}_M de l'erreur d'estimation de dérive équivalente des gyromètres,
- $(\Delta d_r)_M = (d_r)_M - (\hat{d}_r)_M$ composantes dans \mathcal{R}_M de l'erreur d'estimation de dérive équivalente des accéléromètres,
- ΔC vecteur regroupant les erreurs de longitude ($\Delta\lambda = \lambda - \hat{\lambda}$), de latitude aérogaphique ($\Delta\phi = \phi - \hat{\phi}$) et d'azimut ($\Delta\psi = \psi - \hat{\psi}$) du repère carte locale \mathcal{R}_A ,
- $\Delta h = h - \hat{h}$ erreur d'altitude du repère carte locale \mathcal{R}_A .

La partie concernant l'erreur d'orientation du repère véhicule est constituée par les composantes dans \mathcal{R}_A du vecteur écart d'orientation relative $\overline{\delta\mathcal{R}_M}$. Si $R_{\Delta M}$ représente l'opérateur rotation amenant l'orientation de $\mathcal{R}_{\Delta M}$ vers celle de \mathcal{R}_M et $R_{\Delta A}$ l'opérateur rotation amenant l'orientation de \mathcal{R}_A vers celle de \mathcal{R}_A , et si $\overline{\Delta\mathcal{R}_M}$ et $\overline{\Delta\mathcal{R}_A}$ sont les vecteurs micro-rotations associés, $\overline{\delta\mathcal{R}_M}$ est défini au premier ordre par :

$$\overline{\delta\mathcal{R}_M} = \overline{\Delta\mathcal{R}_M} - \overline{\Delta\mathcal{R}_A}$$

Le vecteur d'état :

$$\Delta X = \begin{pmatrix} (\delta\mathcal{R}_M)_A \\ (\delta M)_A \\ (\delta V_M)_A \\ (\Delta d_\Omega)_M \\ (\Delta d_r)_M \\ \Delta C \\ \Delta h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta X_3 \\ \Delta X_4 \\ \Delta X_5 \\ \Delta X_6 \\ \Delta X_7 \end{pmatrix}$$

est découpé en 6 vecteurs ΔX_i de dimension 3 pour $i = 1, 6$

plus un scalaire $\Delta X_7 = h$.

Dans l'équation d'évolution :

$$\frac{d}{dt}(\Delta X) = F(\Delta X) + (W)$$

la matrice F est décomposée en blocs matriciels F_{ij} de dimension 3×3 à l'exception des F_{i7} qui sont des matrices 3×1 , des F_{7j} qui sont des matrices 1×3 et de F_{77} qui est un scalaire.

La plupart des F_{ij} sont nuls à l'exception de :

$$F_{11} = -[\Omega_{Mars} \wedge]_A \quad F_{14} = -[AM] \quad F_{16} = F_{11}[AC]$$

$$F_{23} = 1$$

$$F_{31} = -[A_{cor} \wedge]_A \quad F_{32} = [F_{VM}]_A \quad F_{33} = 2F_{11}$$

$$F_{35} = F_{14} \quad F_{36} = F_{32}[F_{AC}]_A + F_{31}[AC] \quad F_{37} = F_{32}(\cdot, 3)$$

avec :

$$[F_{AC}]_A = \begin{pmatrix} X_{A1} \cos(\psi) & (R_2 + h) \sin(\psi) & 0 \\ -X_{A1} \sin(\psi) & (R_2 + h) \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X_{A1} = \left(\frac{R_e}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}} + h \right) \cos(\phi) \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{R_e(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2(\phi))^{3/2}}$$

$$[AC] = \begin{pmatrix} \cos \phi \sin \psi & -\cos \psi & 0 \\ \cos \phi \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ \sin \phi & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[F_{VM}]_A = \frac{k \mu_{Mars}}{|OM|^3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} - [\overline{\Omega_{Mars} \wedge}]^2$$

$$(A_{cor})_A = \frac{1}{\Delta t_r} [AM] (\delta v_{cor})_M$$

La matrice de covariance du bruit sur la dérivée de l'erreur d'estimation :

$$Q = E(WW^T)$$

est également découpée en blocs comme la matrice F . Tous ses éléments Q_{ij} sont nuls à l'exception de :

$$Q_{11} = [AM] G_\Omega Q_{b\Omega} G_\Omega^T [AM]^T$$

$$Q_{33} = [AM] G_r Q_{br} G_r^T [AM]^T + Q_s$$

$$Q_{44} = G_\Omega Q_{d\Omega} G_\Omega^T$$

$$Q_{55} = G_r Q_{dr} G_r^T$$

où Q_s est la matrice de covariance associée à la perturbation du vecteur pesanteur :

$$Q_s = E((\Delta g)_A (\Delta g)_A^T)$$

6 CORRECTION DE L'ESTIMATION

6.1 Principe général

La correction de l'estimation est effectuée au moyen d'un filtre de Kalman étendu⁹. Dans le cas particulier traité, le modèle d'état aux erreurs d'estimation n'est ni intégré, ni corrigé. Nous effectuons directement l'intégration des paramètres estimés selon les procédures décrites au chapitre 4.

Lors de la réalisation d'une mesure corrective (ainsi désignée pour être distinguée des mesures gyros et accéléros qui sont

intégrées pour propager l'estimation), tous les paramètres estimés sont directement corrigés. Cette correction nécessite la connaissance de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation de l'état :

$$P = E((\Delta X)(\Delta X)^T)$$

dont la propagation peut être effectuée par l'approximation au premier ordre suivante :

$$P_{(t+\Delta t)} = P_{(t)} + [FP_{(t)} + P_{(t)}F^T + Q]\Delta t$$

Le filtre de Kalman étendu permet d'effectuer la correction des paramètres estimés à partir de mesures z_{mes} dont on peut établir une estimation z_{est} à partir des paramètres estimés. On effectue pour cela une linéarisation de l'expression de $(\Delta z) = z_{mes} - z_{est}$ en fonction de (ΔX) sous la forme :

$$(\Delta z) = H(\Delta X) + (W)$$

où H est la matrice de mesure définie par cette linéarisation et où (W) est un vecteur regroupant les erreurs non proportionnelles à (ΔX) , c-a-d les bruits de mesure, les biais, etc.. Pour un bon comportement du filtre (W) doit correspondre à un bruit blanc gaussien de moyenne nulle dont la matrice de covariance est notée $R = E((W)(W)^T)$.

L'erreur d'estimation (ΔX) , qui n'est pas calculée dans notre procédure, pourrait être diminuée de la quantité $(\delta X) = K(\Delta z)$, calculée et utilisée pour effectuer une correction directe des paramètres estimés. Le gain K est donné par :

$$K = PH^T[HPH^T + R]^{-1}$$

Le vecteur $(\delta X) = K(\Delta z)$ a 19 composantes et peut être découpé en 6 vecteurs (δX_1) à (δX_6) de 3 composantes et 1 scalaire δX_7 . Pour les parties du vecteur d'état qui correspondent à des différences effectives $X_i - \hat{X}_i$, entre des valeurs réelles et des valeurs estimées, on aura simplement pour nouvelles valeurs estimées corrigées par le filtre de Kalman :

$$\hat{X}_i^* = \hat{X}_i + \delta X_i$$

C'est le cas de toutes les variables estimées à l'exception de l'attitude.

Correction de l'attitude :

Dans ce cas particulier, le vecteur δX_1 correspond aux composantes dans le repère \mathcal{R}_A du vecteur de la micro-rotation qu'il faut faire subir à la situation estimée du repère \mathcal{R}_M . Il en résulte que la matrice de passage $[\hat{A}\hat{M}]$ qui décrit l'attitude du véhicule dans la carte locale est corrigée de la manière suivante :

$$[\hat{A}\hat{M}]^* = R(\delta X_1)[\hat{A}\hat{M}] = [1 + \delta X_1, \wedge][\hat{A}\hat{M}]$$

Correction de la matrice de covariance :

La correction des paramètres estimés se traduit par une diminution des covariances d'erreur d'estimation :

$$P^* = P - KHP$$

La matrice P^* remplace la matrice P dans tous les calculs qui sont effectués après la correction des paramètres estimés.

Les vecteurs de mesures z_{mes} , et les matrices R et H (découpée en 6 matrices H_i à 3 colonnes et une matrice H_7 à 1 colonne) associées sont explicités par la suite, au cas par cas, en

fonction des mesures considérées. Les calculs détaillés sont développés dans [4].

6.2 Pseudo-mesure vitesse de translation relative nulle

A l'arrêt, lorsque qu'on est certain que le véhicule est immobile (relativement au repère local), on peut considérer que l'on effectue une mesure de vitesse de translation relative dont la valeur est $\vec{0}$ avec une incertitude nulle. L'erreur de mesure s'écrit :

$$(\Delta z) = -(\hat{V}_r)_A$$

Les blocs de la matrice H sont donnés par $H_i = \mathbf{0}$, $\forall i = 1, 7$ sauf $H_3 = \mathbf{1}$ et $H_6 = [V_r, \wedge]_A [AC]$.

La correction des paramètres estimés et de la matrice de covariance s'effectue comme décrit précédemment en prenant $H_6 = \mathbf{0}$ (car $V_r = 0$), et en faisant $R = 0$. Il en résulte que le gain de Kalman K_3 vaut 1 et que $P_{3,3}^* = 0$.

6.3 Mesure de la gravité à l'arrêt du véhicule

A l'arrêt, les accéléromètres peuvent être utilisés pour évaluer la gravité. On a alors :

$$\Delta z = -(A_{cor})_M - [\hat{A}\hat{M}]^T (g_M)_A$$

Les blocs de la matrice H sont donnés par $H_i = [\hat{A}\hat{M}]^T F_{3,i}$, $\forall i = 1, 7$ sauf $H_3 = \mathbf{0}$ et $R = G_r Q_b G_r^T + [\hat{A}\hat{M}]^T Q_z [\hat{A}\hat{M}]$.

6.4 Mesure de la vitesse de la planète à l'arrêt du véhicule

A l'arrêt, les gyromètres peuvent être utilisés pour mesurer la vitesse de rotation de la planète. On effectue à l'aide de cette mesure une correction qui correspond aux modes "alignement" ou "gyrocompas" mentionnés par les constructeurs de plate-forme inertielle. L'erreur de mesure s'écrit :

$$\Delta z = \frac{1}{\Delta t_{\Omega}} (\delta \theta_{cor})_M - \omega_{Mars} [O\hat{M}]^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On a ici $H = -[\hat{A}\hat{M}]^T F_{1,}$ et $R = Q_{b\Omega}$

6.5 Mesure d'une direction inertielle

Soit une direction inertielle \vec{p} quelconque (étoile ou soleil) dont on connaît les cosinus directeurs $(p)_o$ dans \mathcal{R}_o et dont on peut mesurer une composante sur une direction de mesure \vec{s} donnée dans \mathcal{R}_M par $(s)_M$. L'erreur de mesure selon cette direction s'écrit :

$$\Delta z = z_{mes} - (s)_M^T [\hat{A}\hat{M}]^T [O\hat{A}]^T (p)_o$$

Les blocs de la matrice H sont nuls à l'exception de $H_1 = (s)_M^T [(p)_M \wedge] [MA]$ et de $H_6 = H_1 [AC]$. La matrice de covariance R d'erreur de mesure associée au capteur dépend, en outre du capteur lui-même, de la visibilité de la cible.

6.6 Mesure d'une direction relative

Le traitement d'une mesure d'une direction relative donnée par ses cosinus directeurs $(p)_A$ dans le repère carte \mathcal{R}_A est quasiment identique, avec ici :

$$\Delta z = z_{mes} - (s)_M^T [\hat{A}\hat{M}]^T (p)_A$$

Les blocs de la matrice H sont tous nuls à l'exception de

$H_1 = (s)_M^T [AM]^T [(p)_A \wedge]$. La matrice de covariance R d'erreur de mesure dépend du capteur et de la visibilité de la cible.

6.7 Odométrie

L'odométrie classique n'a pas été prise en compte dans notre étude car la cinématique du véhicule est encore incertaine. Il résulte de cette absence que rien n'interdit de prédire des déplacements "en crabe", alors qu'en dehors des phases de glissement, ceux-ci sont irréalisables par la plupart des cinématiques. Il nous apparaît donc important d'effectuer cette prise en compte lorsque le système de locomotion sera précisé.

Le système de vision bord étudié par l'INRIA construit, de manière incrémentale par palier d'avance d'une dizaine de mètres environ, une carte locale de l'environnement immédiat du véhicule (pour le contournement des obstacles). Cette construction fournit une mesure du déplacement du véhicule, entre deux analyses de scène, avec une matrice de covariance d'erreur d'estimation. La fusion de cette information dans notre estimateur reste également à réaliser.

7 INITIALISATION DE L'ESTIMATION

7.1 Initialisation des positions

La recherche initiale de la position du véhicule sera effectuée par des moyens externes qui utiliseront le satellite resté en orbite et les émissions radioélectrique du véhicule et du module d'atterrissage. Cette recherche fournira la situation initiale de la carte locale (longitude $\hat{\lambda}$, latitude $\hat{\phi}$, azimut $\hat{\psi}$ et altitude \hat{h}) avec une certaine covariance initiale affectée aux blocs P_{66} et P_{77} de la matrice de covariance d'erreur d'estimation de l'état P (dont les blocs non diagonaux seront initialisés à zéro).

Elle fournira également la position initiale $(\hat{A}\hat{M})_A$ du véhicule dans la carte avec une certaine covariance initiale P_{22} . La vitesse relative \hat{V} , initiale est nulle avec une certitude absolue, ce qui permet d'initialiser P_{33} à zéro.

7.2 Initialisations des dérives équivalentes des accéléromètres

En supposant que la centrale strapdown est montée sur une plate-forme que l'on peut faire tourner autour de l'axe "vertical" de la centrale, le véhicule restant fixe, on effectuera plusieurs séries de mesures accélérométriques moyennées pour un nombre pair d'angles de rotation de la plate-forme équi-répartis autour de l'axe vertical. Les mesures indexées moyennées doivent se situer sur un cercle dont le centre dans le plan "horizontal" de la centrale fournit la valeur initiale des biais de mesure \hat{d}_{rx} et \hat{d}_{ry} . On estime ensuite \hat{d}_{rz} par :

$$\hat{d}_{rz} = \bar{A}_x - \sqrt{\|\hat{g}_M\|^2 - (\bar{A}_x - d_{rx})^2 - (\bar{A}_y - d_{ry})^2}$$

où les \bar{A}_x , \bar{A}_y et \bar{A}_z sont les mesures moyennées qui correspondent à la position indexée de référence de la plate-forme.

Les valeurs initiales attribuées au bloc P_{55} qui correspond aux dérives équivalentes des accéléromètres doivent être ajustées au moyen d'essais. Les racines carrées des éléments diagonaux de P_{55} devront être au moins égales aux valeurs dérivées initiales trouvées. L'élément σ_{xx}^2 devra être majoré

pour prendre en compte l'effet des imprécisions σ_{xx}^2 et σ_{yy}^2 sur son évaluation. Par ailleurs, le bloc P_{55} devra prendre en compte l'imprécision des mesures accélérométriques représentées par la matrice Q_{brx} .

7.3 Initialisation des dérives équivalentes des gyromètres

On effectue l'identification de \bar{d}_Ω en parallèle à la procédure d'identification de \bar{d}_r à partir des mesures moyennées indexées des gyromètres pendant la rotation de la plate-forme. Les mesures moyennées indexées doivent également être situées sur un cercle dont les coordonnées du centre dans le plan "horizontal" servent à initialiser les dérives équivalentes de \hat{d}_{Ω_x} et \hat{d}_{Ω_y} . La dérive équivalente selon z sera initialisée par :

$$\hat{d}_{\Omega_z} = \bar{\Omega}_z - \sqrt{\|\Omega_{M_{avg}}\|^2 - (\bar{\Omega}_x - d_{\Omega_x})^2 - (\bar{\Omega}_y - d_{\Omega_y})^2}$$

où $\bar{\Omega}$ est la mesure moyennée qui correspond à la position indexée de référence.

De même que pour les accéléromètres, les valeurs initiales attribuées au bloc P_{44} , qui correspond aux dérives équivalentes des gyromètres, doivent être ajustées au moyen d'essais à partir de considérations similaires aux précédentes.

7.4 Initialisation de l'attitude

Les dérives équivalentes étant initialisées, les mesures précédentes permettent d'identifier la direction de la normale à l'ellipsoïde. Dans les axes centrale, le vecteur unitaire de la direction de cette verticale est donnée par :

$$(\hat{k}_A)_M = \frac{\bar{A} - \hat{d}_r}{\|\bar{A} - \hat{d}_r\|}$$

En fait, cette mesure est entachée de l'erreur due à la déviation entre les directions de la normale à l'ellipsoïde de référence et de la pesanteur locale.

Appelons $(\hat{\Omega})_M = (\bar{\Omega})_M - (d_\Omega)_M$ les composantes mesurées dans \mathcal{R}_M de la vitesse de rotation de la planète. La direction du Nord (à l'azimut initial $\hat{\psi}$ près) est obtenue par :

$$(\hat{j}'_A)_M = (\hat{\Omega})_M - \langle (\hat{\Omega})_M \cdot (\hat{k}_A)_M \rangle (\hat{k}_A)_M$$

(la soustraction peut conduire à une grande imprécision au voisinage des pôles) d'où :

$$(\hat{j}_A)_M = \frac{(\hat{j}'_A)_M}{\|(\hat{j}'_A)_M\|}$$

La matrice de passage initiale entre le repère carte locale (avec azimut nul) \mathcal{R}_A et le repère centrale \mathcal{R}_M est ainsi donnée par :

$$[\hat{A}\hat{M}]_0 = [(\hat{j}_A)_M \wedge (\hat{k}_A)_M, (\hat{j}_A)_M, (\hat{k}_A)_M]^T$$

En prenant en compte l'azimut initial, il vient :

$$[\hat{A}\hat{M}] = \begin{pmatrix} \cos \hat{\psi} & \sin \hat{\psi} & 0 \\ -\sin \hat{\psi} & \cos \hat{\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [\hat{A}\hat{M}]_0$$

Pour le bloc P_{11} , il faut prendre en compte l'imprécision des mesures accélérométriques dans la détermination de la verticale et la méconnaissance des anomalies de gravité. Ces

considérations doivent permettre d'apprécier les valeurs à attribuer aux éléments diagonaux σ_x^2 et σ_y^2 de la matrice P_{11} qui représentent les erreurs d'estimation en rotation autour des axes x et y . Pour évaluer σ_x^2 il faut prendre en compte l'imprécision sur la verticale qui vient d'être estimée, l'imprécision des mesures gyrométriques et la proximité aux pôles qui produit une singularité dans l'évaluation de la direction du Nord.

8 CONCLUSION

La localisation a fait l'objet d'une mise en oeuvre en simulation numérique écrite en langage C. La taille mémoire de la simulation est de l'ordre de 200 ko dont plus de la moitié pour le filtre de Kalman qui a fait l'objet d'une programmation selon la technique UDU^T ^{10,11} pour favoriser le maintien du bon conditionnement de la matrice de covariance.

Sur une station de travail SUN4, avec une intégration des phénomènes continus à 20 Hertz, et des fréquences de sortie centrale à 1 Hertz, la simulation "tourne" 5 fois plus vite que le temps réel.

Dans un premier temps, cette simulation a permis de tester de nombreux algorithmes d'intégrations spécifiques au problème posé et de sélectionner des méthodes particulièrement performantes.

Elle a permis ensuite de valider la modélisation effectuée ainsi que le principe de la plupart des corrections proposées. Nous avons étudié plus précisément les effets de la correction à "vitesse nulle". Cette correction est très importante car elle permet de limiter considérablement la divergence de l'erreur de positionnement. Nous avons établi des inégalités théoriques (contraintes) que doivent vérifier les caractéristiques des composants inertiels et les fréquences des corrections pour obtenir des performances désirées. Ces résultats ont été corroborés par les essais en simulation.

Au niveau de la précision de localisation, nos dernières estimations, nous permettent d'envisager de limiter la divergence de l'erreur de positionnement, à l'aide de la correction à vitesse nulle, à 0.5% pour 10 mètres de parcours, et moins au delà de 10 mètres, en ne travaillant que sur les mesures centrale, avec des gyromètres de classe 0.01°/h.

Les corrections susceptibles de borner cette divergence sont le système de vision bord et le "point aux étoiles". Pour le système de vision bord, la précision de localisation dépendra de sa capacité à reconnaître les amers éventuellement présents. Pour les point aux étoiles, la précision dépendra des anomalies du champ de gravité martien qui se traduisent par une déviation de verticale variant de 20 secondes à 1 minute d'arc et qui entraînent une imprécision de l'ordre du 300 mètres à un kilomètre sur le calcul du "point".

L'ensemble de ces estimations résultent de projections théoriques qui prennent en compte de très nombreux paramètres, mais qui en ignorent encore plus. Nous citerons en vrac, la méconnaissance de l'évolution dans le temps des facteurs d'échelles des différents capteurs, les éventuelles saturations de ces capteurs, les méprises (confusion d'amer, d'étoile), l'effet des vibrations et des secousses subies par le véhicule sur les mesures centrale, etc..

En conclusion, l'étude et la simulation réalisée constituent

un puissant outil d'analyse qui doit être perfectionné mais qui ne saurait se substituer à une maquette mettant en oeuvre des capteurs réels.

9 REFERENCES

- [1] LE COCQ C. : *Localisation et synchronisation*, pages 591 à 611 dans *Mathématiques spatiales*, Cours de technologie spatiale CNES Toulouse mars 1984, Cépaduès Editions, 1984
- [2] RADIX J-C. : *Répertoire géodésique en vue de la navigation*, Cépaduès Editions, Toulouse 1991, 756 p.
- [3] NASA, *Environnement of Mars*, Technical Memorandum 100470, 1988, David Kaplan, Compiler, Lyndon B. Johnson Space Center, Houston, Texas.
- [4] J.C BARRAL, M. LLIBRE, R. MAMPEY : *Projet Vap : Localisation et navigation*, Rapport final n°4/7716-b DERA, Janvier 1991, CERT Toulouse.
- [5] J.C. RADIX : *Systemes inertiels à composants liés «strap-down»*. Cépaduès Editions, Toulouse 1980, 368 p.
- [6] J.C BARRAL, M. LLIBRE, R. MAMPEY : *Projet Vap : Localisation et navigation*, Rapport intermédiaire n°1/7792.02 DERA, Décembre 1991, CERT Toulouse.
- [7] BALMINO G. ... : *Gravity Field of Mars in Spherical Harmonics Up to Degree and Order Eighteen*, JGR 87, 1982, p. 9735. Référence 11 dans *Mars Rover Sample Return Environmental Model*, Lunar and Mars Exploration Office, Second Draft, April 1988.
- [8] IGNAGNI M.B. : *Optimal Strapdown Attitude Integration Algorithms*, J. Guidance, Vol 13, No 2 March-April 1990, pp 363-369.
- [9] LABARRERE M. ... : *Le filtrage et ses applications*, Cépaduès Editions, Toulouse, 1978, 416 p.
- [10] RADIX J.C. : *Filtrage et lissage statistiques optimaux linéaires*, Cépaduès Editions, Toulouse, 1984, 350 p.
- [11] BIERMAN G.J. : *Factorisation Methods for Discrete Sequential Estimation*. Academic Press, 1977, 242 p.